

Спектрополяриметрия высокого разрешения

Single-dish измерения

Параметры Стокса — комбинации попарных корреляций двух ортогональных поляризаций:

$$I = \langle E_R \overline{E_R} \rangle + \langle E_L \overline{E_L} \rangle \equiv \mathbf{RR} + \mathbf{LL}$$

$$V = \langle E_R \overline{E_R} \rangle - \langle E_L \overline{E_L} \rangle \equiv \mathbf{RR} - \mathbf{LL}$$

$$Q = \langle E_R \overline{E_L} \rangle + \langle \overline{E_R} E_L \rangle \equiv \mathbf{RL} + \mathbf{LR}$$

$$U = i(\langle E_R \overline{E_L} \rangle - \langle \overline{E_R} E_L \rangle) \equiv \mathbf{RL} - \mathbf{LR}$$

Для получения спектра $I(\nu)$, $V(\nu)$, $Q(\nu)$, $U(\nu)$ корреляция вычисляется в фильтрованном по частоте сигнале, или с помощью преобразования Фурье вычисляется авто- и кросс-спектр:

$$\mathbf{RR}(\nu) = \langle |F[E_R]|^2 \rangle$$

$$\mathbf{RL}(\nu) = \langle F[E_R]^* F[E_L] \rangle$$

Разрешение по частоте и времени

Из принципа неопределённости $\Delta t \Delta \nu > 1$.

Приближаемся к пределу: например, $\Delta t \sim 0.1 \text{ ms}$ и $\Delta \nu \sim 10 \text{ kHz}$.

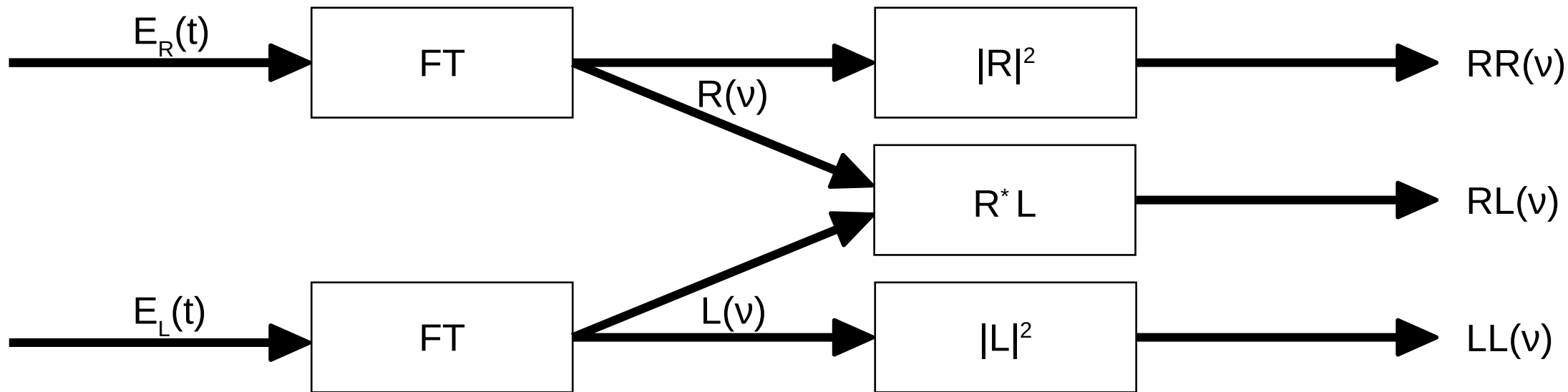
При $\Delta t \Delta \nu = 1$ усреднение отсутствует вообще: $RR(\nu) = \langle |F[E_R]|^2 \rangle$

(в случае семплирования по Найквисту)

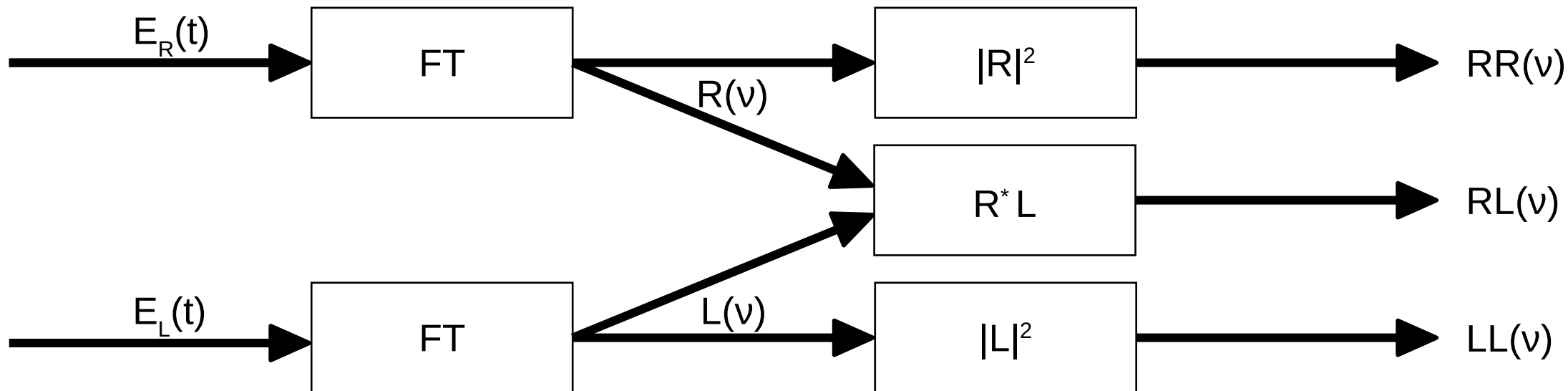
$$RL(\nu) = \langle F[E_R]^* F[E_L] \rangle$$

Типичные приближения перестают работать:

- Шум далёк от гауссова
- Амплитуда кросс-спектра некоррелированных сигналов
(RL при неполяризованном источнике) близка к автоспектру (RR)

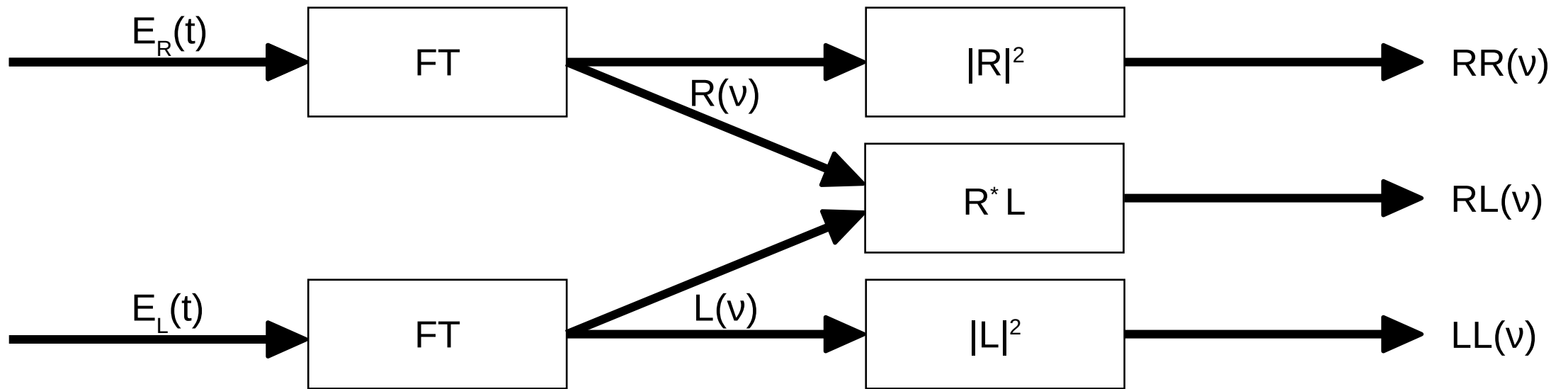


$E_R(t)$, $E_L(t)$: белый шум, $E(t) \sim N(0, \sigma^2)$



$E_R(t)$, $E_L(t)$: белый шум, $E(t) \sim N(0, \sigma^2)$

$R(v)$, $L(v)$: комплексный белый шум, $\mathbf{Re}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$ и $\mathbf{Im}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$

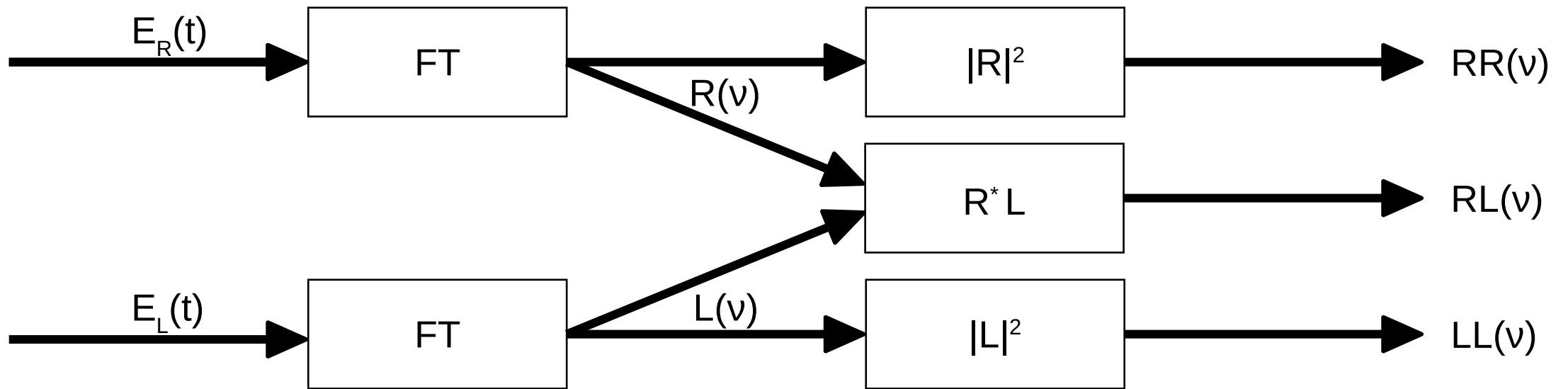


$E_R(t)$, $E_L(t)$: белый шум, $E(t) \sim N(0, \sigma^2)$

$R(v)$, $L(v)$: комплексный белый шум, $\mathbf{Re}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$ и $\mathbf{Im}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$

$RR(v)$, $LL(v)$: квадрат модуля белого шума, т.е. $RR(v) \sim \sigma^2 \cdot \chi^2$

▶ например, среднее $\langle RR \rangle = 2\sigma^2$, медиана $\approx 1.4\sigma^2$



$E_R(t)$, $E_L(t)$: белый шум, $E(t) \sim N(0, \sigma^2)$

$R(v)$, $L(v)$: комплексный белый шум, $\mathbf{Re}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$ и $\mathbf{Im}[R(v)] \sim N(0, \sigma^2)$

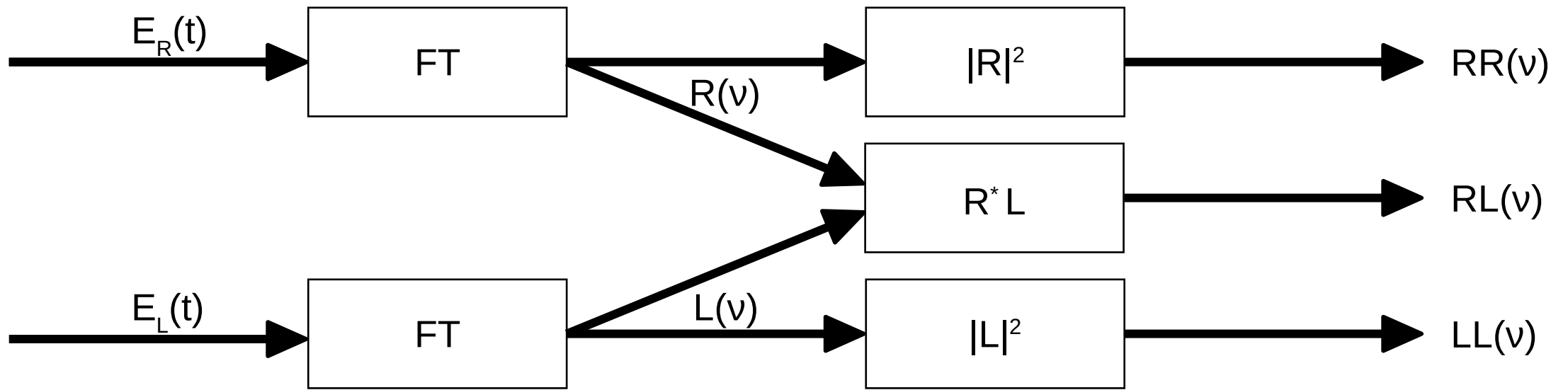
$RR(v)$, $LL(v)$: квадрат модуля белого шума, т.е. $RR(v) \sim \sigma^2 \cdot \chi^2$

- ▶ например, среднее $\langle RR \rangle = 2\sigma^2$, медиана $\approx 1.4\sigma^2$

Для неполяризованного сигнала:

$RL(v)$: произведение двух независимых белых шумов, т.е. $|RL(v)| \sim \sigma^2 \cdot \chi \cdot \chi$ и $\mathbf{Arg}[RL(v)] \sim U(0, 2\pi)$

- ▶ $\chi \cdot \chi$ не то же самое, что χ^2
- ▶ среднее $\langle RL \rangle = 0$, как и привыкли в “обычном” случае с большим усреднением
- ▶ среднее $\langle |RL| \rangle \approx 1.6 \sigma^2$, медиана $\approx 1.25 \sigma^2$
- ▶ отношение $|RL| / |RR|$ в среднем ≈ 0.8



Для поляризованного сигнала:

$$R(v) = \varepsilon_R + \varepsilon_{pol}, \quad L(v) = \varepsilon_L + a \varepsilon_{pol}$$

$$RL(v) = \varepsilon_R^* \varepsilon_L + \varepsilon_R^* \cdot a \varepsilon_{pol} + \varepsilon_L^* \varepsilon_{pol} + \varepsilon_{pol}^* \cdot a \varepsilon_{pol}$$

Состоит из двух частей:

- $\varepsilon_R^* \varepsilon_L + \varepsilon_R^* \varepsilon_{pol} + \varepsilon_L^* \varepsilon_{pol} \approx \varepsilon_R^* \varepsilon_L$ распределено равномерно по углу, $|\varepsilon_R^* \varepsilon_L| \sim \sigma_R \sigma_K \cdot \chi \cdot \chi$

- $\varepsilon_{pol}^* \cdot a \varepsilon_{pol} = a |\varepsilon_{pol}|^2 \sim a \cdot \sigma_{pol}^2 \cdot \chi^2$ - "сигнал", искомая информация о поляризации

Спектрополяриметрия высокого разрешения

- Предел разрешения $\Delta t \Delta \nu \approx 1$.
- Нужно аккуратнее относиться к шуму: понимать его природу, не-нормальность.

